

2013 i que mostra la gran virtut d'adoptar de cadascuna de les altres iniciatives la part més atractiva sense trepitjar-les, satisfent les necessitats que quedaven pendents. Cobreix la possibilitat que es presenti qui vulgui en una categoria específica. En una altra categoria hi poden participar l'alumnat, el professorat i el PAS de la Universitat Autònoma de Barcelona, i sobretot organitza un concurs a la Facultat de Ciències de l'Educació, un centre en què la didàctica és l'element vertebrador i que, per tant, dóna sentit a una activitat d'aquest tipus, aprofundint en l'essència de la idea de la fotografia matemàtica, responent sempre a la pregunta: què hi ha més enllà de la imatge?, quin és el concepte matemàtic i quin és l'aplicació didàctica implícita? Aquesta intenció d'anar més enllà queda palesa en el text amb què es presenten al seu web <http://jornades.uab.cat/uabfotomat>: «Què busquem quan fem una fotografia?», segurament el desig de «capturar» un moment especial, una situació, uns personatges, un lloc que ens inspira, captar a través d'un registre visual alguna cosa que ens interessa. Pensar en una

fotografia matemàtica té aquesta mateixa intenció, el desig de «capturar», en aquest cas, «un contingut matemàtic» que percebem en el nostre entorn. Endinsar-nos en aquest món ens possibilitarà el desenvolupament de molts processos, però un d'especialment rellevant des de l'educació és el creixement d'una mirada diferent, una mirada matemàtica. Mirar matemàticament vol dir ser capaços d'observar i descobrir que el món està ple de situacions, objectes, formes, llocs, que ens permeten connectar idees matemàtiques amb la realitat. Sabem que els plantejaments i desafiaments actuals de l'educació matemàtica ressalten la necessitat de contactar les matemàtiques amb la realitat, amb la finalitat que els estudiants els hi puguin donar sentit, reconèixer-les com una eina que permet interpretar fenòmens o analitzar situacions; és per això que considerem que un bon camí per aprendre a mirar matemàticament és a través de les fotografies. Tot això fa que una fotografia matemàtica pugui esdevenir una eina didàctica potent per a l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques.

Santi Vilches  
Institut Arquitecte Manel Raspall

## Converses a dues bandes

### Anton Aubanell i Sergi Múria

Fa uns quants mesos, vaig demanar a diversos companys matemàtics que em proposessin possibles candidats per dur a terme aquesta secció. Més d'un, de dos i, també, de tres em van suggerir el nom d'Anton Aubanell, professor jubilat de l'Institut Sa Palomera de Blanes i de la Facultat de Matemàtiques de la UB i, sobretot, gran divulgador de les matemàtiques i de la seva didàctica a casa nostra. Quan li vaig proposar de mantenir aquesta conversa, l'Anton, amb l'entusiasme contagiós habitual, va dir ràpidament que sí i també em va proposar com a company de conversa Sergi Múria, alumne seu, amic i continuador de la seva tasca a la Facultat de Matemàtiques i al CESIRE CREAMAT (Departament d'Ensenyament).

Una tarda de principis de primavera, i després d'un bon àpat conjunt, tots tres ens vam tancar en una aula del soterrani de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona. El que podeu llegir a continuació és un resum força fidedigne de la llarga conversa que vam tenir.

**Anton:** Potser podem començar preguntant o, millor dit, projectant, que és una paraula més matemàtica, com serà l'educació matemàtica del futur. Quin serà el marc on viurà l'educació matemàtica no universitària? Crec que és una bona pregunta per iniciar la reflexió.

**Sergi:** Podem dir que serà més oberta en diferents aspectes respecte de l'estructura actual.

Per exemple, més oberta en la manera que els alumnes, els mestres, la família i, en general, tota la comunitat educativa interactuarà.

**A:** Potser en un futur proper veurem que aquesta correspondència, un pèl estranya, entre professor i assignatura o grup es trencarà. En el futur, diferents professors actuaran sobre diversos grups i, llavors, els rols es podran arribar a intercanviar. Fins i tot, l'alumnat podrà adoptar un paper més actiu que el de simple receptor de la informació. Això ja ho veiem actualment.

**S:** Sí, perquè els graus d'expertesa van canviant. Amb les noves tecnologies i les noves metodologies, els alumnes demanen més protagonisme, un canvi de rols. I aquests canvis també afectaran l'estructura curricular, especialment a secundària, que és l'etapa que més coneixem. L'actual estructura de matèries aïllades, amb molt poca relació entre elles, anirà fluctuant: hi haurà espais on les matèries clàssiques continuaran vives però hi haurà altres espais on es treballarà de manera més interdisciplinària, amb diverses propostes, en funció de la realitat del centre, en funció del professorat, en funció dels alumnes. . .

**A:** En aquest sentit, també serà més oberta pel que fa al currículum. Es potenciaran els territoris de frontera. D'això, Sergi, n'hem parlat molts cops. D'aquestes zones de frontera entre les matemàtiques i altres ciències, o entre les matemàtiques i molts aspectes de l'entorn que ens envolta i que són molt fructíferes i riques.

**S:** Per exemple, nosaltres contribuïm en l'organització del vídeoMAT, en què els alumnes es plantegen preguntes del seu entorn, cerquen la solució emprant eines matemàtiques i l'enregistren en un vídeo de tres minuts. Es tracta d'un bonic exemple del treball en territoris de frontera.

**A:** Cal subratllar l'equilibri necessari entre aquests espais interdisciplinaris, fronterers, i el treball profund de les matèries. Per exemple, i això ho hem comentat altres cops, ens podem trobar amb centres que treballin per projectes, que és una eina que permet el treball interdisciplinari però cal ser prudent, no ens podem oblidar que cal cultivar el cos de la matemàtica, la matemàtica com a creació de la intel·ligència humana. Sempre cal buscar l'equilibri ja que, en cas contrari, es pot pensar

que les matemàtiques són només una caixa d'eines.

**S:** Però cal tenir en compte que no es pot canviar tot de cop, hi ha un procés. Per exemple, si penses en el que busquen les empreses, veus que pretenen construir equips multidisciplinaris, formar experts, que no saben de tot però que saben treballar en equip. Per tant, la mesura i l'equilibri semblen el més raonable, no posar-ho tot a la mateixa cistella, anar repartint. Hem d'avançar, sense pausa, però sense presses.

**A:** És que la matemàtica té aquestes dues cares: la matemàtica com a eina, com a instrument per obrir camins però també la matemàtica com a cos de coneixement perfecte. Cal que l'escola reflecteixi un equilibri entre les dues cares. Hem viscut anys en què, per la raó que sigui, la matemàtica només vivia a la pissarra i d'allà no en sortia. Molts adults, conciutadans nostres, encara pensen avui dia que això és la matemàtica. Per exemple, quan anàvem a algunes fundacions o entitats bancàries per demanar ajuts per crear el Museu de Matemàtiques de Catalunya, sovint ens deien: «Vosaltres, els matemàtics, només necessiteu quaderns i pissarres.» Aquest visió tan reduïda de les matemàtiques prové segurament d'una època d'excessiva formalització. Ara bé, l'altre vessant, el d'una matemàtica només com a instrument, és una visió molt pobre.

**S:** I on creus que som ara?

**A:** Ara encara tenim molt professorat de pissarra però, a poc a poc, es veu una evolució cap a una matemàtica més aplicada. El perill és que aquest canvi en el moviment del pèndol no ens porti a magnificar massa alguns aspectes, com els que apuntaves abans, Sergi, dels projectes. Cal fer projectes però també cal parar atenció a les grans idees, ser capaç d'emocionar-se amb un repte purament matemàtic. Això és molt interessant, oi?

**S:** Sí. Les matemàtiques et donen estructura, et permeten afrontar situacions de la vida quotidiana, encara que inicialment no t'ho pugui semblar. Saber matemàtiques t'ajuda per anar per la vida.

**A:** Jo, de vegades, dic que aquestes dues cares de la matemàtica es poden comparar amb dos animals. La guineu que coneix el territori pam a pam, que sap on hi ha aigua i menjar, on pot fer un cau i on trobarà sol. És la

matemàtica aplicable a la nostra vida de cada dia. I, llavors, hi ha l'àliga que, amb les ales potents que té, s'eleva cap al cel de l'abstracció i, des d'allà, contempla paisatges extraordinaris i, si cal, pot llançar-se cap a una presa amb precisió mil·limètrica. És la matemàtica més abstracta, amb les idees ben estructurades, que no requereixen, a curt termini, una aplicació específica però que, si cal, poden convertir-se en eines poderoses per resoldre problemes concrets. Per tant, cal cultivar els dos aspectes, la matemàtica guineu i la matemàtica àliga.

**S:** Hem de ser capaços de passar d'una mirada a l'altra amb normalitat. A més, ara portem a la butxaca molta, molta informació. Les matemàtiques ja no només s'estudien a les escoles, hi ha cursos en línia, jocs, vídeos, aplicacions... sorgeixen noves oportunitats per fer matemàtiques. La classe s'expandeix, trenca les parets de l'aula i el temps de la classe. Tanmateix, un aspecte que sovint s'oblida amb aquests nous plantejaments és l'avaluació.

**A:** És evident. Si canvies l'avaluació, canviaria el sistema. Qualsevol canvi significatiu ha de tenir en compte l'avaluació, si no, ens estem fent trampes al solitari. Ara bé, també hem d'estar oberts a nous mètodes d'avaluació. Per exemple, tinc un bon amic que ha decidit fer les classes introduint activitats experimentals. Li vaig demanar com avaluava els seus alumnes. Ell em va dir que els ensenyava una foto del que havien estat fent i els demanava que li expliquessin i ho fonamentessin. Per tant, si canviem la metodologia docent, hem de canviar el paradigma de l'avaluació. I encara més, no hem de canviar la metodologia perquè millori el rendiment amb l'avaluació clàssica sinó perquè evolucioni cap a una avaluació més complexa, segurament per competències. I, també, caldrà pensar com explicar-la als pares, que sovint no és cosa fàcil...

**S:** Tot és un procés. Els pares ara tenen un sistema de referència numèric que els permet saber què vol dir anar bé a l'escola i què vol dir anar malament. El que no pots pretendre és canviar el sistema de referència i que tothom entengui el nou sistema a la primera. Cal un procés en què convisquin tots dos sistemes de referència. I, a poc a poc, anar assumint el nou paradigma. Hem d'anar fent camí, de manera lenta però segura, sense trencaments que puguin produir un rebuig.

**A:** És curiós, però si observes les idees didàctiques en perspectiva, veus que evolucionen. Recordo que al principi del que llavors anomenàvem «reforma», a l'institut van aparèixer els «fets, conceptes, sistemes conceptuals, procediments i valors». Van néixer, van estar molt vius durant un temps, i van desaparèixer. Hi va haver gent que es va «trençar les banyes» fent percentatges de cada cosa, fent butlletins. Ara, el nou professorat no sap de què estem parlant però en aquell moment semblava que era fonamental. El que passa és que, com en la teoria de l'evolució de Darwin, només es queden les idees pedagògiques que s'adapten millor a la realitat educativa, són les que sobreviuen a la llarga. Com a professional de l'ensenyament, crec que la idea de competència ha arribat per quedar-se. Ara bé, segurament la definició que donaríem ara de competència és bastant diferent de la que apareixia al DOGC fa cinc anys. A mi m'agrada explicar l'anècdota d'una companya que va anar a Ripoll a fer una conferència i li van demanar que expliqués la seva definició de competència, ja que tres conferenciants ho havien fet abans i n'havien exposat tres, tres definicions diferents! Això, per a un matemàtic, és demolidor.

**S:** Aleshores, Anton, com definiries què és una competència.

**A:** Jo diria que és un triangle format per tres conceptes que es poden enllaçar en una frase: coneixement aplicat a un context. Per exemple, pots conèixer el número pi però també l'has de saber aplicar a camps de fora de les matemàtiques. M'explico? Tinc la sensació que aquesta idea més sensata, més planera de competència, sobreviurà.

**S:** Per entendre el concepte de competència cal pensar què vol dir que un professional sigui competent. Ara bé, ho solem vestir d'un cert lèxic educatiu, moltes vegades, massa complicat, que genera reticències entre alguns ensenyants i les famílies.

**A:** És cert que, tot sovint, el llenguatge barroc no ens ha fet cap favor. Jo diria que, encara que hem vist passar idees que avui es mitifiquen i demà s'enderroquen, el concepte de competència, potser importat per les proves tipus Pisa, ens farà sortir una mica del niu. De vegades es diu que els alumnes no treuen bones notes a les proves Pisa. Ara bé, si mires el que pregunten és justament això, petits coneixe-

ments, habilitats molt concretes, però aplicades a contextos. No els pregunten la resolució d'una equació de segon grau. Probablement és un camí, un camí que ens pot ajudar...

**S:** Focalitzant una mica més en l'educació matemàtica, podem pensar on estarem d'aquí a deu anys?

**A:** Davant de preguntes com aquesta sempre penso en el poema «Canigó» de mossèn Cinto Verdguer, on hi ha un diàleg entre dos campanars, mig derruïts, el de Sant Miquel de Cuixà i el de Sant Martí de Canigó, un li diu a l'altre: «lo que un segle bastí, l'altre ho aterra, més resta sempre el monument a Déu». I això és el que passa a la didàctica, el que en un moment donat pot ser glorificat, magnificat, deu anys després s'atterra, i llavors només queda el monument a l'esforç per ensenyar millor, el valor està en el camí...

**S:** L'altre dia vaig assistir a una xerrada d'una professora fina que era la responsable del grup que dissenya el currículum amb una mirada que s'estenia fins al 2036, no deu sinó vint anys. Estan preparant el currículum pensant en alumnes que encara no han nascut. Aquí, aquesta mirada a llarg termini és gairebé impossible amb les polítiques educatives tan canviants que tenim. Aquesta falta de directrius clares fa que molts esforços es perdin pel camí...

**A:** Algunes vegades s'aproven grans lleis a prova d'escoles, pensades i dissenyades per gent que està lluny del dia a dia de les aules. Tanmateix, sovint també es fan documents elaborats per persones que estan més directament lligades a l'escola. Aquests documents a vegades es llegeixen com simples documents administratius, i s'oblida que poden aportar idees fresques, innovadores i properes al mestre. Jo sempre dic que cal llegir-los amb afecte. Per exemple, si hom mira el darrer currículum, el que va sortir l'any passat, veu que és veritablement revolucionari, és un cant a fer canvis...

**S:** Sí. Però després hi ha la difusió d'aquests documents, d'aquest currículum. Cal que sigui amigable, que el mestre se'l pugui fer seu. No només es pot fer un text, penjar-lo al web i esperar que tothom el llegeixi i l'apliqui. A més, després intervenen els costums, els hàbits que també influeixen en l'aplicació. Per exemple, hi ha el costum de començar sempre pel càlcul i, llavors, sempre queda com a germaneta

pobra la probabilitat i l'estadística i, en menys mesura, la geometria. Ara bé, si hom mira amb detall el currículum veu que hi ha molt marge per modificar això...

**A:** Sí. Tens tota la raó. Hi ha vegades que els currículums contenen tanta parafernàlia que no deixen veure les modificacions, els avenços, les innovacions que proposen línies de millora. Els currículums s'haurien d'aprimar de continguts i, potser, quedar-nos només amb les idees clau.

**S:** És clar que sí. Els continguts, aleshores, ja surten de manera natural. Sovint la pressió d'impartir tots els continguts programats fa que no es puguin treballar prou bé les idees a fons a través d'activitats riques. Una programació amb massa continguts i poc temps sol provocar la mecanització prematura de procediments, i deixa en segon pla conceptes matemàtics de fons. Tradicionalment s'acostuma a desenvolupar el currículum seguint una estructura massa seqüencial i perdem oportunitats per fer connexions internes entre els diferents blocs de les matemàtiques. Per exemple, podem programar una activitat de geometria i afegir-hi un component de càlcul de probabilitats.

**A:** Efectivament, el desplegament del currículum de matemàtiques sovint es compartimenta massa i es dedica un temps excessiu a uns blocs en perjudici dels altres. En el nou currículum de secundària, per pal·liar aquests efectes, es proposa que un curs es comenci amb el càlcul, un altre amb la geometria i un altre amb la probabilitat i l'estadística. Freqüentment, la situació és que tenim un càlcul, aritmètic simbòlic, hipertrofiat, una geometria que només és reconeixement de formes i ús de fórmules i una estadística feta a corre-cuita. Això no és una matemàtica harmoniosa. Hauríem d'arribar a un equilibri entre els blocs i intentar buscar connexions entre les diferents parts de la matemàtiques.

**S:** Si parlem d'aquestes connexions, cal parlar dels materials, dels recursos. Aquí, a la UB, tenim una tradició en l'ús de materials a l'aula. De vegades, quan portes material a la classe sembla que no estàs fent matemàtiques i no és així. Aquest material ens permet arribar allà on volíem, fa de vehicle.

**A:** Tu ho has dit! Un material i en general un recurs o una eina TIC és com un camió. Un camió té unes rodes i un motor que li permeten circular però també té una caixa per

portar càrrega. Un recurs és quelcom similar, ha de tenir un motor potent que ens porti on volem arribar però també una bona caixa plena de continguts. De vegades trobes recursos didàctics que són divertits però després si et preguntes què n'has après, què t'han aportat, ja no tens una resposta tan clara. També hi ha el cas invers, una pissarra plena de números i fórmules, que poden tenir molt de contingut però si no s'entén, no arriba als alumnes. Com sempre, cal trobar un equilibri, els recursos han de contenir un component motivador però també han d'aportar continguts. Per exemple, les xerrades que faig sobre les bombolles de sabó entra molt bé, té unes bones rodes i un bon motor però no seria res sense la caixa en què parlem de geometria, d'equilibri de forces, d'angles, de superfícies minimal, d'optimització, etc. Per nosaltres, un recurs és igual a material més activitat, i com suggereix un amic i antic alumne, més emoció.

**S:** Moltes vegades arribem a l'abstracció massa de pressa i perdem massa alumnes pel camí. Poder tocar materials i experimentar eines tecnològiques redueix la pèrdua. Hi ha alumnes que amb el paper en tenen prou però altres necessiten tocar el material, experimentar. Si podem oferir gran una varietat de recursos, segurament invertirem més temps, però també estic segur que en traurem un rendiment molt més alt.



**A:** En l'educació secundària sovint hem pecat d'una excessiva formalització o d'una abstracció prematura. L'alumne requereix un procés de maduració que es pot veure francament afavorit per l'experimentació i el descobriment. I, a partir d'aquí, posar paraules a la descoberta per interioritzar el concepte i després, si cal, formalitzar o demostrar. A l'ensenyament superior, per motius de temps, aquest procés és més

difícil però a primària i secundària l'hauríem de seguir més sovint.

**S:** Un cop ho hàgim vist a través de l'experimentació i copsat bé, segurament podrem demostrar la fórmula però marxarem amb la motxilla plena per haver entès el contingut de fons del concepte i no només amb la sensació d'haver après una fórmula i prou. Una metodologia d'aquest tipus representa una proposta realista i innovadora que està l'abast de qualsevol docent, i que cadascú pot anar introduint de manera progressiva segons la seva manera de ser i de fer.

**A:** Per exemple, en el tema de la geometria, quan es fan les proves de competències bàsiques, els resultats són molt millors a primària que a secundària. Quin és el motiu d'aquest fet? Segurament la formació dels mestres fa que, a primària, s'usin molt més els recursos manipulatiu que no pas a secundària, en què la formació del professorat fa que encara es mantinguin bastants «tics bourbaquistes», com a resultat de projectar a secundària la seva pròpia formació universitària, i pot semblar que aquestes matemàtiques més formals són les de denominació d'origen i les altres, com el vi de la casa. . .

**S:** Això ens porta a un tema que s'ha d'abordar de manera global: la formació del professorat. De vegades fa la sensació que les facultats de matemàtiques van per un costat, les escoles de mestres per un altre i el Departament d'Ensenyament per un altre, encara més diferent. O anem tots junts en la mateixa direcció i amb uns objectius clars o no anem enlloc. Ara, per exemple, es dona una situació paradoxal. A primària tenim uns mestres amb una gran capacitat didàctica però amb uns coneixements matemàtics massa minsos i a secundària tenim la situació justament oposada. En els graus de primària que s'imparteixen a les universitats no hi ha cap menció en matemàtiques. D'altra banda, per exemple, aquest curs en el màster interuniversitari de formació del professorat de secundària només 15 alumnes de 83 provenen de graus de matemàtiques. Que només 15 alumnes de tots els que s'han graduat de les tres universitats catalanes es vulguin dedicar a l'ensenyament vol dir que tenim un problema i greu.

**A:** Aquestes dades revelen que la proporció de matemàtics que fan classes de matemàtiques a

secundària és cada curs inferior a l'anterior. Per mi, això és molt, molt preocupant. Per poder transmetre bé les matemàtiques el primer que cal és estimar-les i, per fer-ho, cal conèixer-les. Afortunadament, fins ara el professorat de matemàtiques, tant de primària com de secundària, és molt apassionat de la matèria que ensenyen. Potser per això és un dels col·lectius més efervesents que tenim. Gairebé cada cap de setmana hi ha actes relacionats amb l'educació matemàtica. Però tot plegat es pot anar perdent si la proporció continua decreixent...

**S:** Potser, pel que fa a l'educació secundària, una solució podria ser fer una menció específica en didàctica dins dels graus de matemàtiques. Tanmateix, caldria parar atenció perquè una part del professorat que intervingués en aquesta formació inicial provingués de l'ensenyament secundari i visqués el dia a dia de les aules d'aquesta etapa.

**A:** Sí, però també hi ha d'haver un canvi de mentalitat en la nostra professió. Ara té molt més prestigi dedicar-se a la recerca o anar-se'n a una empresa que no pas dedicar-se a l'ensenyament. Sembla com si l'activitat docent fos una sortida professional de segon ordre a les nostres facultats. Això no pot ser. Si no ens adonem que alguns dels nostres estudiants de matemàtiques més brillants han d'anar a dedicar-se a l'ensenyament de secundària, ens estem llançant pedres a la nostra teulada.

**S:** Hi estic completament d'acord!

I amb aquesta idea final, que també va aparèixer en la conversa del número anterior de la *SCM/Notícies*, vam concloure la conversa amb l'Anton i el Sergi.

Només vull aprofitar aquestes darreres línies per agrair a tots dos les facilitats que en tot moment m'han ofert per poder dur a terme aquesta conversa. Moltes gràcies!

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

## La pregunta de la *SCM/Notícies*

El 10 de març passat es va dur a terme a l'IEC un acte organitzat per la SCM i destinat especialment als alumnes del darrer curs de grau. L'objectiu de l'acte era presentar la primera convocatòria dels premis Emmy Noether i mostrar les diverses sortides professionals que tenen els matemàtics tot just després de graduar-se. Arran d'aquell acte, em va semblar interessant iniciar aquesta nova secció preguntant a sis alumnes del darrer curs del grau de Matemàtiques quins eren els dubtes, els neguits o les pors que tenien en el moment en què cal decidir entre diferents opcions de futur.

### Com creus que serà el teu futur professional?

#### Joaquim Brugués, UAB

Sóc Joaquim Brugués Mora. Visc a Barcelona, i ara mateix estic cursant el meu quart i últim any a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya.

La nostra és una facultat relativament jove, es va fundar el 1992, i se sol dir que els nostres graduats tenen un perfil molt aplicat, idoni per treballar a l'empresa. Però, quines feines obtenen els matemàtics a les empreses? A què podem optar, si preferim la investigació?

Tant la matemàtica aplicada com la teòrica tenen atractius i en totes dues hi veig un futur interessant. Molts dels matemàtics i estadístics

que es graduen a la nostra facultat troben feina en el món creixent de les consultories, en empreses tecnològiques i en el món financer.

Ara bé, a mi la feina en una empresa no m'atrau especialment. Abans d'entrar a Matemàtiques, sospesava la idea d'entrar en alguna enginyeria, i la meva motivació no era trobar la feina més ben pagada possible, sinó mirar de fer la feina més positiva que pugui per al meu entorn. En particular, sempre m'ha interessat el tema de les energies renovables.

De fet, fa poc vaig conèixer l'IREC (l'Institut de Recerca en Energia de Catalunya), que investiguen precisament en projectes rela-